

# Cara Mengajar Operasi PERKALIAN

Contributed by Alexander  
 Tuesday, 10 March 2009  
 Last Updated Saturday, 08 June 2013

Perkalian adalah konsep matematika utama yang seharusnya dipelajari oleh anak-anak setelah mereka mempelajari operasi penambahan dan pengurangan. Bila operasi pertambahan dan pengurangan ini sudah diperkenalkan pada kelas satu di sekolah dasar, maka biasanya operasi perkalian mulai diperkenalkan pada kelas tiga di sekolah dasar. Para orang tua mungkin ingin memahami bagaimana caranya mengajarkan ketrampilan perkalian ini secara benar kepada anak-anak mereka.

Metode untuk mengajarkan Perkalian pada tahap awal yang paling sesuai adalah dengan menghubungkan ke konsep Penambahan, yaitu dengan memandang perkalian sebagai penambahan beruntun ( $3 \times 4 = 4+4+4 = 12$ ). Karena dengan pendekatan penambahan beruntun ini, si anak dapat menggunakan pemahaman yang telah didapat selama mempelajari operasi Penambahan untuk selanjutnya digunakan mempelajari Perkalian. Dengan pendekatan ini konsep Perkalian dipandang oleh si anak sebagai perkembangan wajar dari konsep Penambahan yang telah dimengerti olehnya. Ada beberapa tahap untuk mengajarkan anak-anak mengenai konsep perkalian ini. Tahap-tahap ini bergantung pada kemampuan (bukan pada umur) anak tersebut secara unik sehingga tidak dapat dipaksakan dalam proses pengajarannya. Untuk memudahkan, cara pengajaran operasi perkalian dibagi menjadi tiga tahap, yaitu tahap pengenalan perkalian, tahap perkalian tradisional, tahap perkalian mental. Yang nantinya akan dibahas secara terinci satu demi satu.

1. Tahap Pengenalan Perkalian Dalam tahap ini, diperkenalkan konsep Perkalian sebagai Penambahan Beruntun dalam kehidupan sehari-hari, misalnya dengan menggunakan wadah telur (atau wadah lain yang dalamnya bersekat-sekat), dan dengan menggunakan kelereng untuk mengajarkan operasi perkalian, misalnya  $3 \times 4$ . Langkah pertama adalah menjelaskan bahwa Operasi Perkalian  $3 \times 4$  mempunyai arti tiga kelompok dari 4 (empat) kelereng. Kemudian diilustrasikan dengan mengisi tiga ruang dalam wadah telur tersebut masing-masing dengan 4 (empat) kelereng. Selanjutnya siswa diminta untuk membilang semua kelereng yang ada dalam wadah telur tersebut dari 1 (satu) s.d 12 (duabelas). Selanjutnya kita mengenalkan Sifat Komutatif dari Perkalian, dengan mengambil kembali duabelas kelereng tadi. Kemudian mengajarkan bahwa  $3 \times 4 = 4 \times 3$ , dengan menjelaskan  $4 \times 3$  mempunyai arti empat kelompok dari 3 (tiga) kelereng sembari meletakkan duabelas kelereng tersebut ke dalam empat ruang dalam wadah telur tersebut masing-masing dengan 3 (tiga) kelereng. Lakukan permainan ini berulang-ulang dengan kasus-kasus perkalian dasar yang lain. Cara alternatif yang lain untuk mengajarkan menggunakan kertas berpetak dan pensil berwarna. Misalkan untuk mengajarkan  $3 \times 4$ , yang di sini mempunyai arti tiga kelompok dari 4 (empat) kotak. Sehingga siswa akan mewarnai 3 baris dengan 4 (empat) kotak pada masing-masing baris ( $4 + 4 + 4$ ). Selanjutnya untuk mengajarkan  $4 \times 3$ , yang disini mempunyai arti empat kelompok dari 3 (tiga) kotak, siswa dapat mewarnai 4 baris dengan 3 (tiga) kotak pada masing-masing baris ( $3 + 3 + 3 + 3$ ). Untuk membandingkan kedua gambar tersebut, gambar kedua dapat diputar 90 derajat sehingga akan sama persis dengan gambar pertama. Kunci pada tahap pengenalan perkalian ini adalah seluruh pengajarannya menggunakan Contoh Nyata dan Kata-kata, belum ada notasi angka tertulis dalam tahap ini.

2. Tahap Perkalian Tradisional Pada tahap ini tentunya dimulai dengan penulisan operator perkalian ( $*$ ). Yang menjadi masalah paling pokok dalam mengajarkan operasi perkalian adalah mengajarkan Tabel Perkalian dari 1 (satu) s.d 9 (sembilan) dengan bertahap sampai siswa dapat menghafal di luar kepala tabel perkalian ini. Selanjutnya setelah tabel perkalian ini dikuasai, urutan pengajarannya adalah berdasarkan jumlah digit bilangan yang terlibat, misalnya satuan, puluhan, ratusan dan seterusnya. Pada setiap digit bilangan ini dilakukan latihan yang berulang-ulang agar siswa dapat menguasai dengan mahir. Baru kemudian berpindah ke digit bilangan yang lebih banyak. Tabel Perkalian 012345678900x00x10x20x30x40x50x60x70x80x911x01x11x21x31x41x51x61x71x81x922x02x12x22x32x42x52x62x72x82x933x03x13x23x33x43x53x63x73x83x944x04x14x24x34x44x54x64x74x84x955x05x15x25x35x45x55x65x75x85x966x06x16x26x36x46x56x66x76x86x977x07x17x27x37x47x57x67x77x87x988x08x18x28x38x48x58x68x78x88x999x09x19x29x39x49x59x69x79x89x9a. Cara Mengajarkan Perkalian dengan bilangan 0 (nol) dan 1 (satu) [Bagian berstabilo hijau dalam tabel perkalian] Pada level ini diperkenalkan sifat yang mendasar dari operasi perkalian terhadap bilangan 0 (nol) dan 1 (satu). Mula-mula perkalian dengan bilangan 0 (nol), misalnya  $0 \times 3$ . Berdasarkan pemahaman bahwa perkalian merupakan pertambahan berulang maka dapat dijelaskan bahwa  $0 \times 3 = 0 + 0 + 0 = 0$ . Sedangkan untuk perkalian  $3 \times 0$  dapat dijelaskan menggunakan Konsep komutatif yang telah dipahami siswa dalam tahap sebelumnya, sehingga  $3 \times 0 = 0 \times 3 = 0$ . Demikian pula untuk perkalian bilangan-bilangan lain dengan bilangan 0 (nol). Selanjutnya untuk perkalian dengan bilangan 1 (satu), misalnya  $1 \times 4$ . Berdasarkan pemahaman bahwa perkalian merupakan pertambahan berulang maka dapat dijelaskan bahwa  $1 \times 4 = 1+1+1+1 = 4$ . Sedangkan untuk perkalian  $4 \times 1$  dapat dijelaskan menggunakan Konsep komutatif yang telah dipahami siswa dalam tahap sebelumnya, sehingga  $4 \times 1 = 1 \times 4 = 4$ . Demikian pula untuk perkalian bilangan-bilangan lain dengan bilangan 1 (satu). Cara ini diulang-ulang untuk berbagai variasi soal yang adab. Cara Mengajarkan Perkalian dengan bilangan 2 (dua), 5 (lima) dan 9 (sembilan) [Bagian berstabilo kuning dalam tabel perkalian] Di sini akan dipelajari cara mengajarkan perkalian dengan bilangan 2 (dua), 5 (lima) dan 9 (sembilan). Mengapa bilangan ini didahulukan dalam pengajarannya dibandingkan dengan bilangan yang lain? Hal ini karena bilangan 2 (dua), 5 (lima) dan 9 (sembilan) mempunyai pola yang mudah untuk dipahami. Mula-mula perkalian dengan bilangan 2 (dua), misalnya  $2 \times 3$ . Berdasarkan pemahaman bahwa perkalian merupakan pertambahan berulang maka dapat dijelaskan bahwa  $2 \times 3 = 2+2+2 = 6$ . Sedangkan untuk perkalian  $3 \times 2$  dapat dijelaskan menggunakan Konsep komutatif yang telah dipahami siswa dalam tahap sebelumnya, sehingga  $3 \times 2 = 2 \times 3 = 6$ . Demikian pula untuk perkalian bilangan-bilangan lain dengan bilangan 2 (dua) yang selalu menghasilkan bilangan GENAP, yaitu dari 2 (dua) s.d 18 (delapanbelas). Untuk perkalian dengan bilangan 5 (lima), misalnya  $5 \times 3$ . Berdasarkan pemahaman bahwa perkalian merupakan pertambahan berulang maka dapat dijelaskan bahwa  $5 \times 3 = 5+5+5 = 15$ . Sedangkan untuk perkalian  $3 \times 5$

dapat dijelaskan menggunakan Konsep komutatif yang telah dipahami siswa dalam tahap sebelumnya, sehingga  $3 \times 5 = 5 \times 3 = 15$ . Demikian pula untuk perkalian bilangan-bilangan lain dengan bilangan 5 (lima) yang selalu menghasilkan bilangan dengan DIGIT terakhir 5 (lima) atau 0 (nol), yaitu dari 5, 10, sampai dengan 45..Selanjutnya untuk perkalian dengan bilangan 9 (sembilan), misalnya  $9 \times 3$ . Berdasarkan pemahaman bahwa perkalian merupakan penambahan berulang maka dapat dijelaskan bahwa  $9 \times 3 = 9+9+9 = 27$ . Sedangkan untuk perkalian  $3 \times 9$  dapat dijelaskan menggunakan Konsep komutatif yang telah dipahami siswa dalam tahap sebelumnya, sehingga  $3 \times 9 = 9 \times 3 = 27$ . Demikian pula untuk perkalian bilangan-bilangan lain dengan bilangan 9 (sembilan) yang selalu menghasilkan bilangan dengan JUMLAH digitnya selalu 9 (sembilan) contohnya  $27 [2+7=9]$ . Perhatikan pula hasil kali yang lain dengan bilangan 9, yaitu 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, dan 81 Cara ini kemudian diulang-ulang untuk berbagai variasi soal yang ada. Cara Mengajarkan Perkalian dengan bilangan 3 (tiga), 4 (empat), 6 (enam), 7 (tujuh) dan 8 (delapan) [Bagian berstabilo merah muda dalam tabel perkalian] Untuk Perkalian  $3 \times 3$ ,  $3 \times 4$ , dan  $4 \times 4$  masih mudah diajarkan. Caranya dapat dengan menggunakan pemahaman penambahan berulang. Contohnya  $3 \times 4 = 3+3+3+3 = 12$ . Sedangkan untuk perkalian dengan bilangan 6, 7 dan 8 dapat menggunakan Sifat Distributif dari perkalian untuk mempermudah penjelasannya. Pertama Sifat Distribusi ini diterapkan untuk perkalian 6, 7 dan 8 dengan bilangan yang kecil (3 dan 4) terlebih dahulu. Contohnya untuk kasus perkalian  $3 \times 7$  dapat disederhanakan menjadi  $3 \times (4+3) = 3 \times 4 + 3 \times 3 = 12 + 9 = 21$ . Atau contoh lain  $4 \times 8 = 4 \times (4+4) = 4 \times 4 + 4 \times 4 = 16 + 16 = 32$ . Dengan menguasai perkalian di atas maka dapat diajarkan 6, 7 dan 8 dengan bilangan yang besar. Misalnya  $6 \times 7 = 6 \times (3+4) = 6 \times 3 + 6 \times 4 = 18 + 24 = 42$ . Atau contoh lain  $7 \times 8 = 7 \times (4+4) = 7 \times 4 + 7 \times 4 = 28 + 28 = 56$ . Cara ini kemudian diulang-ulang untuk berbagai variasi soal yang ada. KETERANGAN : Bagian Tabel Perkalian dengan stabilo berwarna biru dapat dipelajari dengan mudah dengan menggunakan Sifat komutatif dari Perkalian. d. Cara Mengajarkan Perkalian Puluhan dan Satuan (sebagai contoh  $43 \times 5$ ) Letakkan satu bilangan (43) di atas bilangan yang lainnya (5) sedemikian sehingga baik puluhan maupun satuannya berada dalam satu garis lurus. Dan tarik garis horisontal dibawah bilangan kedua. 43 5 Kalikan kedua digit satuan dari dua bilangan tersebut ( $3 \times 5 = 15$ ). letakkan Angka 1 (&lsquo;SATU&rsquo;) diatas kolom puluhan dan letakkan Angka 5 (&lsquo;LIMA&rsquo;) pada bawah garis horisontal dengan letak yang sesuai. 143 5 Kalikan digit puluhan dari bilangan pertama dengan bilangan ke dua. ( $4 \times 5 = 20$ ). Tambahkan hasilnya dengan Angka 1 (&lsquo;SATU&rsquo;) diatas kolom puluhan, sehingga didapat  $20+1 = 21$ . Letakkan hasilnya (21) pada bawah garis horisontal dengan letak yang sesuai 1 43 5215 Cara ini kemudian diulang-ulang untuk berbagai variasi soal yang ada. Cara Mengajarkan Perkalian Puluhan (sebagai contoh  $12 \times 43$ ) Letakkan satu bilangan (12) di atas bilangan yang lainnya (43) sedemikian sehingga baik puluhan maupun satuannya berada dalam satu garis lurus. Dan tarik garis horisontal dibawah bilangan kedua. 12 43 3648 Kalikan bilangan pertama dengan digit satuan dari bilangan ke dua. ( $12 \times 3 = 36$ ). Letakkan hasilnya (36) pada bawah garis horisontal dengan letak yang sesuai. 12 43 3648 Kalikan bilangan pertama dengan digit puluhan dari bilangan ke dua. ( $12 \times 4 = 48$ ). Letakkan hasilnya (48) pada bawah garis horisontal dengan letak yang sesuai 12 43 3648 516 Cara ini kemudian diulang-ulang untuk berbagai variasi soal yang ada. Cara ini kemudian diulang-ulang untuk berbagai variasi soal yang ada. Kemudian kita masuk ke dalam digit bilangan yang lebih tinggi misalnya ratusan, ribuan dan seterusnya. 3. Tahap Perkalian Mental Perhitungan Mental adalah cara menghitung dengan hanya menggunakan Otak manusia, tanpa dengan bantuan peralatan yang lain. Dalam penelitian didapatkan kesimpulan bahwa perhitungan mental ini dapat meningkatkan kepercayaan diri, kecepatan merespon, ingatan dan daya konsentrasi pada para praktisinya. Kunci utama dalam Perkalian secara mental adalah Ingatan (memori) dalam menjumlahkan dari 0 (nol) s.d 9 (sembilan) yang sudah diluar kepala. Serta Visualisasi (visualization) dari proses manipulasi operasi perkalian. Berdasarkan cara memvisualisasinya, Perkalian Mental dapat dibagi dalam dua kategori: A. Visualisasi Langsung (Direct Visualization) Di sini konsep Metode Horizontal mulai berperan secara dominan. Pengenalan Konsep Asosiasi Posisi dengan menggunakan Notasi Pagar adalah esensial untuk menggunakan visualisasi secara langsung ini. Kata &lsquo;langsung&rsquo; di sini artinya adalah kita langsung bermain dengan konsep abstrak dari Angka tanpa menggunakan peralatan bantuan. Mula-mula siswa diajarkan menghitung perkalian dengan metode horisontal dengan Notasi Pagarnya secara tertulis, selanjutnya mereka dilatih untuk membayangkan (memvisualisasi) proses manipulasi yang telah dilakukannya. Contoh: a. Cara mengajarkan Perkalian Mental Puluhan dengan Satuan (sebagai contoh  $84 \times 6$ ) Mula-mula diajarkan pola horisontal dari operasi perkalian  $ab \times c = a \times c \mid b \times c$ . Selanjutnya didapat:  $(8 \mid 4) \times (6) = (8 \times 6) \mid (4 \times 6)$  Di sini Ingatan harus bertindak dengan menghitung setiap kolom dalam pagar sebagai berikut:  $(8 \times 6) \mid (4 \times 6) = 48 \mid 24$  Selanjutnya dilakukan pergeseran agar jumlah digit pada kolom sesuai dengan jumlah Notasi Pagarnya, sebagai berikut:  $48 \mid 24 = 48+2 \mid 4 = 50 \mid 4$  Sehingga hasilnya adalah 504 Jadi disini terdapat tahap-tahap manipulasi sebagai berikut: 1. Mengalikan Bilangan sesuai Pola Horisontal untuk Perkalian  $a \times b \mid a \times c = 48 \mid 24$ . Menggeser agar jumlah digit pada kolom sesuai dengan jumlah Notasi Pagarnya  $48 \mid 24 = 50 \mid 4$ . Sehingga jawabannya adalah 504 KETERANGAN: Perhatikan pola perhitungan yang tetap konsisten untuk setiap soal yang ada yaitu mulai dari Kanan ke Kirib. Cara mengajarkan Perkalian Mental Puluhan (sebagai contoh  $84 \times 35$ ) Mula-mula diajarkan pola horisontal dari operasi perkalian  $ab \times cd = a \times c \mid a \times d + b \times c \mid b \times d$ , selanjutnya diajarkan bagaimana Notasi Pagar bekerja pada setiap bilangan yang terlibat sehingga didapat  $84 = 8 \mid 4$  dan  $35 = 3 \mid 5$ . Selanjutnya didapat  $(8 \mid 4) \times (3 \mid 5) = (8 \times 3) \mid (8 \times 5 + 4 \times 3) \mid (4 \times 5)$  Di sini Ingatan harus bertindak dengan menghitung setiap kolom dalam pagar sebagai berikut:  $(8 \times 3) \mid (8 \times 5 + 4 \times 3) \mid (4 \times 5) = 24 \mid 40+12 \mid 20 = 24 \mid 52 \mid 20$  Selanjutnya dilakukan pergeseran agar jumlah digit pada kolom sesuai dengan jumlah Notasi Pagarnya, sebagai berikut:  $24 \mid 52 \mid 20 = 24 \mid 52+2 \mid 0 = 24 \mid 54 \mid 0$  Kemudian,  $24 \mid 54 \mid 0 = 24+5 \mid 4 \mid 0 = 29 \mid 4 \mid 0$  Sehingga hasilnya adalah 2940 Jadi disini terdapat tahap-tahap manipulasi sebagai berikut: 1. Mengalikan Bilangan sesuai Pola Horisontal untuk Perkalian  $a \times c \mid a \times d + b \times c \mid b \times d = (24 \mid 52 \mid 20)$  2. Menggeser agar jumlah digit pada kolom sesuai dengan jumlah Notasi Pagarnya  $(24 \mid 52 \mid 20) = (24 \mid 54 \mid 0) = (29 \mid 4 \mid 0)$  3. Sehingga jawabannya adalah 2940 KETERANGAN: Perhatikan pola perhitungan yang tetap konsisten untuk setiap soal yang ada yaitu mulai dari Kanan ke Kiri Cara ini kemudian di ulang-ulang untuk berbagai variasi soal yang ada sampai dapat menghitung tanpa harus mencorat-coret pada kertas. Kemudian kita masuk ke dalam digit

bilangan yang lebih tinggi misalnya ratusan, ribuan dan seterusnya. B.. Visualisasi Objek (Visualization with Object) Biasanya objek yang digunakan disini adalah sempoa (abacus). Disini sempoa digunakan untuk membantu proses visualisasinya, terutama digunakan bagi mereka yang belum mengetahui konsep Asosiasi Posisi dan bagi mereka yang kesulitan untuk memvisualisasikan sesuatu yang abstrak seperti Angka Desimal. Dalam kenyataannya cara Visualisasi dengan menggunakan objek sempoa ini hanya sesuai untuk diajarkan pada anak-anak saja. Dan kurang sesuai untuk diajarkan pada remaja atau orang dewasa karena umumnya remaja dan orang dewasa sudah mempunyai konsep bilangan dan operasinya yang mapan dalam benaknya sehingga merasa kesulitan/bosan harus belajar lagi menghitung bilangan dari awal dengan menggunakan sempoa. (Untuk mempelajari secara lengkap Metode Sempoa dapat dilihat pada [http://groups.yahoo.com/group/metode\\_horisontal/files/takashikojima1.pdf](http://groups.yahoo.com/group/metode_horisontal/files/takashikojima1.pdf)) Contoh: a. Cara mengajarkan Perkalian Mental Puluhan dengan Sempoa (sebagai contoh  $6 * 84$ ) Disini terdapat tahap-tahap manipulasi sebagai berikut: 1. Tentukan batang untuk bilangan pertama dan kedua pada sempoa. Kemudian tentukan bilangan 84 pada batang AB dan 6 pada batang E. 2. Kalikan 8 dari 84 dengan 6 dan tentukan hasilnya 48 pada batang FG. 3. Kemudian Kalikan 4 dari 84 dengan 6 dan tentukan hasilnya 24 dan tambahkan pada batang GH. 4. Sehingga didapat jawaban 504. KETERANGAN: Perhatikan pola perhitungan yang tetap konsisten untuk setiap soal yang ada yaitu mulai dari Kiri ke Kanan. Cara mengajarkan Perkalian Mental Puluhan dengan Sempoa (sebagai contoh  $35 * 84$ ) Disini terdapat tahap-tahap manipulasi sebagai berikut: 1. Tentukan batang untuk bilangan pertama dan kedua pada sempoa. Kemudian tentukan bilangan 84 pada batang AB dan 35 pada batang EF. 2. Kalikan 5 dari 35 dengan 8 dari 84 dan tentukan hasilnya 40 pada batang GH dan 5 dari 35 dengan 4 dari 84 dan tambahkan hasilnya 20 pada batang HI. Maka akan didapat totalnya 420 pada batang GHI. 3. Kalikan 3 dari 35 dengan 8 dari 84 dan tambahkan hasilnya 24 pada batang FG. Sehingga hasilnya adalah 2820. Selanjutnya 3 dari 35 dengan 4 dari 84 dan tambahkan hasilnya 12 pada batang GH. Maka akan didapat totalnya 2940 pada batang FGHI. 4. Sehingga didapat hasil akhir 2940. KETERANGAN: Perhatikan pola perhitungan yang tetap konsisten untuk setiap soal yang ada yaitu mulai dari Kiri ke Kanan. Metode Sempoa untuk perkalian sebenarnya mempunyai langkah mirip dengan perhitungan perkalian secara tradisional, hanya arah menghitungnya yang berbeda. Penulis: Alexander Agung Santoso Gunawan